



The Concept of Number as a Mathematical Object and Its Philosophical Extensions

Eyüp Alsancak^{1,a,*}

¹ Institute of Social Sciences, Sivas Cumhuriyet University, Sivas, Türkiye

*Corresponding author

Research Article

History

Received: 31/10/2022

Accepted: 21/12/2022

ABSTRACT

A number can only be thought of as a mathematical concept for most people. However, all mathematical objects specific to numbers have also occupied philosophy in terms of being the subject of thought. As a matter of fact, many philosophers have discussed the epistemological and ontological aspects of mathematical objects. Especially with Pythagoras, the evaluation of number as the first cause of matter and the adoption of this idea by many thinkers and communities have an important place in the philosophy of mathematics. In addition to the fact that the number consists of units or the new one is formed from two different numbers, there are opinions that argue that each number is an entity on its own. However, basic approaches such as innate or acquired knowledge, analytical or synthetic a priori, have made number an important subject of discussion. There are also opinions that the number is ore or land. In this case, number is not only the subject of mathematics as a symbolic concept that indicates a multiplicity and consists of numbers, but also of philosophy. In this study, we would like to discuss the issue in a multidimensional way.

Keywords: Number, Mathematical Object, Unit

Matematiksel Nesne Olarak Sayı Kavramı ve Felsefi Uzanımları

Süreç

Geliş: 31/10/2022

Kabul: 21/12/2022

Öz

Sayı, pek çok insan için yalnızca matematiksel bir kavram olarak düşünülebilir. Fakat sayı özelinde tüm matematiksel nesnelere, düşünceye konu olması bakımından felsefeyi de meşgul etmiştir. Nitekim pek çok filozof matematiksel nesnelere epistemolojik ve ontolojik yönünü ele almıştır. Özellikle Pythagoras ile sayının maddenin ilk nedeni olarak değerlendirilmesi ve bu düşüncenin pek çok düşünür ve topluluk tarafından benimsenmesi matematik felsefesinde önemli bir yer tutmaktadır. Sayının birimlerden oluşması ya da iki farklı sayıdan yenisinin oluşmasının yanında her sayının kendi başına bir varlık olduğunu savunan görüşler vardır. Bununla beraber sayı bilgisinin doğuştan getirilen ya da sonradan edinilen bilgiler olması, analitik ya da sentetik apriori olması gibi temel yaklaşımlar sayıyı önemli bir tartışma konusu haline getirmiştir. Sayının cevher veya araz olduğuna dair görüşler de bulunmaktadır. Bu durumda sayı, yalnızca bir çokluğu belirten ve rakamlardan oluşan sembolik bir kavram olarak matematiğin değil aynı zamanda felsefenin de konusudur. Biz de bu araştırmamızda konuyu çok boyutlu olarak ele alıp tartışmak istiyoruz.

Anahtar Kelimeler: Sayı, Matematiksel Nesne, Birim

Copyright



This work is licensed under
Creative Commons Attribution 4.0
International License

^a alsancaeyup@gmail.com

^{id} <https://orcid.org/000-0002-4200-948X>

How to Cite: Alsancak E, (2022) The Concept of Number as a Mathematical Object and Its Philosophical Extensions, CUJOSS, 46(2): 177-184

Giriş

Bu metinde, sayı kavramı temelinde matematiğin nesnelere üzerine yapılan tartışmalara yer verilmiş ve bu bağlamda İlk Çağ'dan modern döneme kadar kimi filozofların semboller ve sayıların kullanımı ile ilgili görüşler ele alınmıştır. Nitekim özellikle sayı kavramını ayrıntılı bir şekilde ele alarak felsefi uslamaya daha fazla yöneldiğini ifade eden G. Frege (ö. 1925), bunu yapmanın matematikçiler ve felsefeciler için bir gereklilik olduğunu savunmuştur (Frege, 2017: 80-81).

Matematik felsefesinde önemli bir sorunsal olan sayı kavramı ile ilgili yaklaşımlar daha çok sayıların ontolojik ve epistemolojik boyutu ile zamandan ve mekândan ayrı olmalarına, bunların fiziki dünyaya uygunluklarına dayanır. Bu bakımdan matematik felsefesi, temelde sayıların ontolojik varlığını kabul edenlerle reddedenlerin arasında; başka bir ifade ile matematikçiler ve felsefeciler arasında varlığını sürdürmektedir (Gür 2011: 9-55). Farklı bir ifade ile "ontolojik nesnelere bir mekâna tabi olmalıdırlar ve felsefe yapmak istiyorsak, ele aldığımız unsurların zemini ve dayanakları yapacağımız ontolojiyi belirleyecektir" (Koç 1997: 49-54) diyenler ile "matematisel sanal objeler de birer ideal objelerdir; bunlar belirli bir anlamda zihnimizin yaratmış olduğu mekân ve zamanda da ilgisi olmayan objelerdir" (Aster 1994: 12) diyenler arasında tartışılmaya devam etmektedir.

Nitekim R. Descartes (ö. 1650), J. Locke (ö. 1704), D. Hume (ö. 1776) ve İ. Kant (ö. 1804) matematisel nesnelere varlığı tartışmalarını matematisel bir alan olarak düşünmemişlerdir. Hatta Descartes genel olarak matematiğin uğraştığı şeylerin doğada karşılığının olup olmamasına önem vermemek gerektiğini savunmuştur (Celluci, 2013: 73-97).

Bir matematik felsefecisi olan P. Benacerraf'ın (d. 1931) bu konuda birbirinden ayrı iki görüş ortaya atmıştır. İlki matematisel ifadelerin doğrulukları, onları oluşturan matematisel nesnelere ile bu nesnelere arasındaki ilişkilerinden kaynaklanır. İkinci görüşe göre ise, matematisel nesnelere zaman ve mekâna bağlı değilseler ve bu nesnelere insan arasında bir bağ yoksa eğer matematisel bilgi imkânsızdır denir (Benacerraf, 2011: 209-234). Böylece Benacerraf, matematisel nesnelere nedensellik bağı kurulamadığı için onları bilemediğimiz sonucuna varmıştır (Çitil, 2012: 15).

Yine de matematisel nesnelere "neyseler odurlar" demek tatminkâr bir cevap değildir. D. Gasking'e (ö. 1994) göre matematiğin doğası hakkında yapılan tanımlamalar bile işlevsiz kalır. Çünkü tanımlama, dile tanımlanan şey yoluyla tanıtılır ve yalnızca onun vasıtası ile açıklanabilir. Matematisel önermelerin özellikleri ve kullanımı ilgili örneklerle açıklanarak karışıklıklar giderilebilir. Fakat insanlar sembollerini şu anda kullandıktan daha değişik şekilde kullansalar dahi bizim şimdi $7+5=12$ ifadesiyle belirttiğimiz olgunun kendisi halen doğru olur. Dil alışkanlığımızdaki hiçbir değişiklik bile bunu asla yanlışlayamaz (Gasking, 2011: 163-183).

Öte yandan nesnelere, yalnızca ampirik nesnelere değildirlere. Örneğin Kant için sayılar ve geometrinin konusunu oluşturan nokta veya hacim de birer nesnedirlere.

Fakat bir nesne olarak sayının ortaya çıkabilmesi için insan ruhunun başka bir kapasitesine ihtiyaç vardır. Kısaca açıklamak gerekirse apriori özellikteki kategoriler ve zihinsel belirimler arasında şema yardımıyla bağlantılar kurulur. İşte bir kavramın altına düşen nesneyi hayal ettiren ve matematik nesnelere oluşumunu sağlayan şey bu şemalardır. Zaman formundaki bu aşkın belirlemeye hayalde tekrar üretilip ona birlik verildiğinde sayı üretilmiş olur (Koç, 1997: 49-54).

Aşağıda da bahsedileceği üzere matematiğin, soyut varlıkların yani maddesel ve zihinsel olmayan, uzayda ve zamanda bulunmayan şeylerin bilimi olduğunu gösteren Plâtoncu (Resnik 2011: 299-331) ve Plâtoncu olmayan varsayımlardan söz edilebilir. Matematiğe konu olan nesnelere ne tür nesnelere dir? Bunlar fiziksel nesnelere bir tutulabilir mi, tutulamazsa nasıl bir ayrıma gidilebilir? Sözelimi iki rakamı ile iki sayısı aynı şey değildir. Rakamlar 2, 11, " gibi sembollerle ifade edilse de "iki" kavramı tüm kültürlerde ve dillerde aynı anlama gelir (Yıldırım, 2017: 56-57).

Sayının kendisi kadar onun evrensel olması da felsefi tartışmalarda karşılık bulmuştur. Burada P. Maddy'in (d.1950) şu tespiti mühimdir:

"Epistemolojik tanımını genişletmek için fiziksel nesnelere kümelerine atandığı gibi sayılara da bir yer atanmalıdır. Fakat bu çok farklı bir türden yer olarak sonra olacaktır. Örneğin elimize baktığımızda parmaklarımızı içeren küme bizden öncedir ve aynı şekilde on sayısı da bizden önce gelir. Durum gerçekten böyle ise o zaman on sayısı aynı zamanda farklı bir yerde de sunulabilir. O halde herhangi bir nesnelere kümesini bir yere belirli bir zamanda yerleştirebilirken, bir sayı aynı anda birçok farklı mekâna yerleştirilebilir. Bu bakımdan sayılar tikellerden daha çok evrenselidirlere" (Maddy, 2011: 273-298).

Masanın üzerinde bulunan fiziksel nesnelere ile 3 sayısının durumu elbette farklıdır. İlkinde nesnelere arasında fizik kuralları geçerli iken "masanın üzerinde 3 duruyor" önermesi herhangi bir durumu betimlememektedir. İkinci önermede masa ile zaman ve mekân ilişkisi geçerli olmayan 3 sayısı arasında bir nedensellik ilişkisi kurulamaktadır. Nihayet bu durum ancak "masanın üzerinde 3 nesne duruyor" şeklinde ifade edilirse bir anlama kavuşabilir. (Gözkan, 2013: 53-72). Matematisel nesnelere gerçekten var mıdır, yoksa sadece dilsel özellikler midir? Burada temel olarak üç yaklaşımdan söz edilebilir:

Bunlardan ilki olan Plâtonizm veya realizm şu üç ilkeyi temel alır: (i) Matematisel ifadeler ya doğrudur ya da yanlıştır. (ii) Bu ifadelerin kesinliği insanın algı ve bilgisinden ayrı olarak var olan matematisel nesnelere kaynaklanır. (iii) Bu ifadelerin doğruluk değerleri, bizim onların hangi değerleri aldıklarını belirleyebilme kabiliyetimizden bağımsızdırlar (Maddy, 2011: 273-298; Barker 2003: 115). Böylece gerçekliği insan bilincinden ayrı olarak değerlendiren realist yaklaşıma göre sayı, fonksiyon, küme gibi matematisel varlıklar gerçekte vardır. Plâtoncu

düşüncede matematiksel önermelerin doğruluk değerleri uzay-zamanın dışında bir dünyada, Plâtoncu varlıkları kapsayan gerçeklere bağlıdır (Field, 2011: 237-272). Örneğin evrensel bir nesne olarak π sayısı var olmuştur ve matematikçinin onu bilmesi gözlem ya da araştırmayla değil; bir çağrışımla, hatırlamayla ya da bir iç kavrayışla olmuştur (Yıldırım, 2017: 57). Bu bakımdan bir Platoncu için matematiksel nesnelere, bir tür "Platonik cennette olan geometrik figürler veya sayılar" ile ilgilidir. Bir realist ise, matematiğin nesnelere bizden bağımsız ve göksel bir konumda olduklarını düşünür. Her iki teori için de matematiğin nesnelere bu sayılar veya şekillerdir (Friend, 2007: 82).

Diğer bir yaklaşım olan nominalist görüşe göre, soyut nesnelere ve özde sayı olarak tanımlanan hiçbir nesne yoktur. Nominalizm, sayıların zihindeki mental nesnelere kabulünü ve fiziksel nesne olarak görülmesini eleştirmektedir. İlkinde örneğin, zihindeki sıfır düşüncesine sahip kişiler kadar sıfır olmalıdır eleştirisi yapılır. Diğerinde rakam ve sayıların ayrı düşünülmesi, rakamların 5 ya da V şeklinde görünür olduğu ve sayıların bunlardan oluşturularak matematiğin soyutluktan kurtarıldığını savunanlara tepki gösterilir (Barker, 116-118; Yıldırım, 2017: 57).

Son yaklaşım olan yapıcılık ise, realizm ve nominalizm arasında yer alan bir görüştür. Bu yaklaşıma göre soyut nesnelere realistlerin öne sürdüğü gibi ne bizden bağımsız ne de doğada var olan nesnelere. Bununla beraber bu soyut nesnelere nominalistlerin kabul ettikleri gibi sadece birer isim de değildir. Bu soyut nesnelere yapıcı yaklaşıma göre insan zekasının çevreyle sürekli etkileşerek oluşturduğu betimleyici kavramlardır (Yıldırım, 2017: 58-59). İnsanın ihtiyaçlarına bağlı olarak gelişen sayma etkinliği ve bunun sonucunda hesaplamaların gelişmiş ve daha sonra bunlar soyutlamalar ile sistemleştirilmiştir; yani matematik ampirik yaşantılardan çıkmıştır. Bu bakımdan insan zihninin çevresi ve geçmiş yaşantıları yapıcı görüş için önemlidir.

Öte yandan matematik üzerine felsefe yapanlar, örneğin asal sayılar gibi kavramların matematiksel mantıkla açıklandığını kabul edenler ve bu kavramların matematiksel mantıkla oluşturulduğunu kabul edenler olarak iki gruba ayrılırlar (Connor, 2019: 25). Mantığın açıklayıcı ve oluşturucu olduğuna dair bu ifadeler, matematiksel kavramların zaman ve mekân içinde öncelik ve sonralık durumlarını da ortaya koymayı vurgulaması bakımından tartışma konusudur. Burada matematik yalnızca mantığa indirgenemeyeceği, mantığın etkisi altında ne kadar kaldığının da ortaya konulmasının gerekliliğinden bahsedilebilir.

Filozof C. Celluci'ye (d. 1950) göre matematiksel nesnelere daima geliştirilebilen ya da tamamen değiştirilebilen hipotezler olmasına rağmen bazıları belirli bir kararlılık gösterir. Bu, onların ileri sürüldüğü zamankinden daha başka problemlerin çözümü için kullanıldığında meydana gelir. Bu durum, bu nesnelere başlangıçlarından bağımsız görünmesine neden olur ve onların özel bir varoluşu oldukları izlenimini verir (Celluci, 2013: 73-97). Bir matematiksel nesne bir başka nesnenin öncülüğünde kullanılabilir; bu matematikte olağan bir

durumdur. Semboller de matematiksel nesnelere ifadesi için gereklidir. Soyut kavramları somutlaştırmak ve zihinde bir yere koymak için sembolleştirmek önemlidir.

Sayı Kavramının Felsefi Uzanımları

Güney Afrika'nın ıssız bölgelerinde yaşayan insanların sadece "bir", "iki" ve "çok" kavramlarını kullanabildikleri ileri sürülür. Hatta eski insanların gece ile gündüzün, bir çift tavşanın "iki" sayısının örnekleri olduğunun bulunması için ise yüzyıllar geçmiştir (Boll, 2015: 14). Böylece ilkel yaşamda gerçek anlamıyla sayılara gerek duyulmadığına vurgu yapılmaktadır. Bu tarz yaşamlarda sayının ne olduğunu bilmeye gerek duyulmayabilir; ancak sayma ile sayı farklı şeylerdir. Saymayı sayılarla yaparız ve bu nedenle sayının ne olduğu matematikçi ve felsefeciler için önemlidir. Nitekim filozoflar, matematikteki ilerlemelere rağmen sayı hakkında birbirinden farklı görüşler bildirmektedirler. Bu durum matematiğin ilerleme seviyesinden ve felsefi olgunluk düzeyinden ayrı bir durumdur.

Sayılar da tıpkı diller gibi büyük bir bütündür. Matematik tarihi üzerine çalışan S. Connor (d. 1945) yerinde bir tespitle matematiğin, sayılabilir olanlardan çok saymada, sayımda ve sayılmış olanda karşımıza çıktığını savunur. Sayılar doğada her yerde olabilir fakat sayılana, sayı olarak ayırt edilen veya sayılabilir şeyler olarak nitelendirilene kadar gerçekten sayı değildirler (Connor, 2019: 14-19). Bu bakımdan, düşünülerek elde edildiği varsayılan sayı, duyumsama ile bize verilen bir nesne değildir. Peki, nerededir? Kendi başına var mıdır? Nesnelere ve nesnellikle nasıl bir bağı vardır, nesneye göre nerededir? Bu ve buna benzer ağır metafiziksel soruları anlamlı biçimde ele almanın bir yolunun bulabilirliği daima tartışma konusu olmuştur (Çitil, 2013: 12).

Connor, sayıların insan doğasına aykırı gelebildiğini; ancak sayıları ve sayısal bağları anlamak insanlık tarihinin en büyük başarılarından birisi olabileceğini ileri sürerek sayıların nitelik kavramının bir parçası haline geldiğini savunmuştur. Ona göre sayılar olmadan büyüme, dönüşüm, keşif, heves ve değer kavramları da olamaz hatta sayılar olmadan hayatı anlamak pek mümkün değildir (Connor, 2019: 7-11).

Sayının soyut bir nesne olması ve düşünceye konu edilmesi nedeniyle pek çok filozof sayı hakkında görüşler ortaya koymuştur. Sayıların tam bir tabiri olmasa da düşünce tarihi boyunca matematikçiler birer simge olarak sayıları kullanmaya; düşünürler de matematiğin bu önemli nesnesi hakkında fikirler ortaya koymaya devam etmişlerdir.

Pythagoras, sayıları nesnelere birer sıfatı olarak düşünmemiştir; onları bizzat varlık olarak kabul etmiştir. Bu durum evrenin sayılar yoluyla açıklanabileceğini ileri sürerken felsefi problemleri de beraberinde getirmiştir (Baki, 2014: 34). Nitekim Pythagorasçılar için şeyler sayıları taklit veya temsil ederler. Bunun yanında onlarda bütün göğün bir ahenk ve sayı olduğu görüşü hâkimdir (Aristoteles, 1996: 987b28; 986a1). Pythagorasçılarda matematiksel yapıların birer cevher oluşunun temelinde değişmeyen ve kesin bir bilgi türü olan matematiksel

kavramların varoluşu yatar (Skirbekk ve Gilje, 2013: 37). Fakat öte yandan Pythagorasçıların sayı olarak kabul ettiği şey, bugün bizim anlayışımızdan farklıdır. Bizim için sayılar soyuttur, tıpkı geometri nesnelere gibi insan zihninin ürünleridir (Arslan, 2011: 150).

Platon'da sayıya düşünce yoluyla ulaşılır. Nitekim Devlet'te sayının hakikatine ulaşmanın önemi ile ilgili şunu ifade eder:

"...geleceğin devlet gücünün en üst düzeydeki temsilcilerini matematik öğrenimi görmeye yöneltmek şarttır; ancak matematiği pratikte kullanacak birinin yaptığı tarzda değil de, salt düşünce üzerinden sayıların özüne incek duruma gelinceye kadar sürmeli bu öğrenim; tüccarların ve satıcıların yaptığı gibi alışveriş gerçekleştirmek için değil de, savaş ve ruh için; ruh olmakta-olan'dan, değişen varlıktan yüzünü çevirip hakikate ve öze yönelsin diye" (Platon, 2005: 525c).

Aristoteles için ise, sayının böyle bir özelliği haiz değildir. Hatta sayı ona göre nesneden ayrı, bağımsız bir cevher değildir. Bir yalnızca sayıların ölçüsüdür. Aristoteles'in belirttiği onluk sistem bugün yaygın olarak kullanılmaktadır. Bunun nedeni insanların on parmaklarının oluşuyla ilgilidir. Aristoteles için bu tür bir çıkarım oldukça doğal bir sonuçtur. Aristoteles'in Metafizik ve Fizik eserlerinde sayının tanımları şu şekilde verilir : Sınırlı çokluk (Aristoteles, 1996: 1020a13); birlikler çokluğu ya da bileşimi/topluluğu (Aristoteles, 1996: 1053a29; 1039a12), bölünemezlerden meydana gelen çokluk (Aristoteles 1996: 1085b22), birkaç/çeşitli birler/birlikler (Aristoteles, 2019: 207b), bir'le ölçülebilen çokluk (Aristoteles 1996: 1056b16; 1057a3-17), ölçülen çokluk (Aristoteles, 1996: 1087b39; 1088a9), birliklerden kurulmuş çokluk (Aristoteles, 1996: 1056b20-25). Sonuncu tanım, özellikle Euclides'le beraber, Yunan sayı düşüncesini vermesinin yanında Aristoteles'in, hatta Yunan felsefesinin ana sayı tanımıdır (Fazlıoğlu, 2020: 15).

Aristoteles "her bir sayı bir sayesinde bilinir" ve "bir sayı olarak sayının ilk ilkesidir" diyerek sayılabilir nicelik olan çoklukları saymanın temelini oluşturmuştur. Bu nedenle Aristoteles'te sayı kavramı sayma sayıları ile sınırlıdır. Buradaki çokluklar doğal sayıların bir toplamı yani sınırlıdır (Fazlıoğlu, 2020: 39-40). Aristoteles'e göre doğal sayıların sınırı sayılabilir olanların sayısına bağlıdır. Sonsuzluk ise, bilfiil olarak ele alınamaz durumdadır.

Aristotelesçi geleneğe uygun olarak Harezmi'nin (ö. 850) aktardığı sayı tanımları şöyledir: "Sayı, iki yanının toplamının yarısı olan şeydir. Sayı, bir mahalde bölünmeyi gerektiren ve tam bölünmeyi kabul eden bir niceliktir. Sayı, birlerden mürekkep şeydir yani toplanandır ve en küçüğü de ikidir" (Fazlıoğlu, 2020: 119-120). Tanrı'ya karşılık gelen Bir'in sayı olarak kabul edilmeyişi İslam filozoflarının genel kabulüdür. Sabit Bin Kurra (ö. 901) için ise sayı ya ana sayılardan her biri ya da sayısal üniteleri meydana getiren birimdir (Bayrakdar, 1985: 35). Sabit Bin Kurra sayıların tanımını ve sınıflamasını yaparak bugünkü matematiğin temellerini atmıştır (Açıkgenç, 2008: 102).

Başka bir Aristoteles yorumcusu olan İbn Sina (ö. 1037), niceliğin bir araz mı cevher mi olduğunu araştırmıştır. Çünkü

kimileri çizgi, yüzey ve cisimsel ölçüyü cevherlerin ilkeleri olarak düşünmüştür. Bazıları da ayrı nicelik olarak sayıyı cevherlerin ilkeleri saymıştır (İbn Sina, 2013: 211). Onun için matematiğin konusunu ya zihinde maddeden arınmış ölçü ya da zihinde madde ile alınan ölçü ya maddeden ayrı sayı ya da bir maddedeki sayı oluşturur. Cevher, sadece cevher olmak bakımından varlığı maddeyle ilişki değildir. Aksi takdirde tüm cevherlerin duyulur olması gerekirdi. Fakat sayı için durum farklıdır; sayı duyulur ve duyulur olmayanlara yüklem olsa da sayı olmak bakımından duyularla ilişkisi yoktur (İbn Sina, 2013: 22).

Matematikçiler ise, niceliklerin cevherlerin ilkeleri olduğunu ve bu şeylerin birliklerden oluştuğunu savunurlar. Buna göre birlikler ilkelerin ilkeleri olmaktadır. Birlik, birlik olması bakımından herhangi bir şey olmaya muhtaç değildir. Ama her şey kendi olması bakımından belirli bir "bir" olmalıdır. Örneğin birlik; çizginin, yüzeyin ve her şeyin ilkesidir. Şu hâlde birlik, her şeyin illetidir denilebilir. Nokta konumsal birlik, çizgi konumsal ikilik, yüzey konumsal üçlük ve cisim konumsal bir dörtlüktür. Sonra derece derece her şeyin sayıdan meydana geldiğini savunurlar (İbn Sina, 2013: 215).

Bu bakımdan İbn Sina'ya göre çokluğun tanımının bir ile yapılması kaçınılmazdır. O halde bir, çokluğun ilkesidir. Filozofa göre sayıyı tanımlarken "birliklerden ve teklerden meydana gelmiş çokluk" demek şaşırtıcıdır. Bunun nedeni çokluğun, sayının cinsi olmayıp sayının bizzat kendisi olmasıdır. Ona göre bu, 'çokluk çokluk' demek gibi bir durumdur. Çokluk, birliklerden meydana gelen şeyin adıdır. Sonuç itibari ile bir cevherdir, birlik ise arazdan oluşmuş bir anlamdır. Birlikten meydana gelen sayı da arazdır (İbn Sina, 2013: 232-246).

Sayının mekânını da sorgulayan İbn Sina'ya göre sayının şeylerde bir varlığı olduğu gibi nefste de bir varlığı vardır. "Bir" kendi başına sadece zihinde vardır. Mevcut sayıların her biri bir türdür ve tür olması bakımından kendinde tektir. Bu nedenle sayı tür olmanın getirdiği tamlık, fazlalık, eksiklik, kare, küp gibi bazı özellikleri de taşır (İbn Sina, 2013: 265). Yani sayıların her birinin kendine özgü bir hakikati ve nefste ondan tasavvur edilen bir biçimi vardır. Önemli nokta şudur: 'On olmak' veya 'üç olmak' gibi bir görünüşe sahip olması yönünden her sayı tektir (İbn Sina, 2013: 267). İbn Sina bunu Aristoteles'in "zannetme ki altı üç ve üçten meydana gelmiştir, aksine o bir kereliğinde altıdır" demesine bağlamıştır (İbn Sina, 2013: 269). Nitekim sayı, bir, bir, bir'in vs. birleşmesinden oluşan şeydir. Çünkü sayı, kendisinden meydana geldiği birleşimlere işaret edilmeksizin sayıyla hatta özelliklerinden biriyle tanımlanır ve bu sayının betimlemesi olur, cevheri yönden tanımı olmaz. Ya da sayı birleşimlerine işaret edilerek tanımlanabilir de. Sözelimi on'un, beş ve beşten oluşturulmasının altı ile dört terkihi ile oluşturulmasına bir önceliği yoktur. 'On' sayısının 'on' olması yönüyle mahiyeti birdir ve bu yüzden farklı tanım alması imkânsızdır (İbn Sina, 2013: 268).

Birûni'ye (ö. 1048) göre ise sayma özelliğimiz doğuştandır. Çünkü eşyanın ölçüsünü kendi türünden şeylerle karşılaştırarak elde edilebiliriz. Böylece nesnenin standardı arasındaki fark ortaya konulabilir. Örneğin

nesnelerin ağırlıkları tartımla belirlenebilir. Birüni bir Pythagorasçı olmasa da tabiatta geometrinin rolüyle ve uyumla ilgili bir sezgiye sahiptir. Sayılar, özellikle meyve yapraklarında, çanaklarında ve damarlarında kendi türlerine özgü bir sayısal ilişki ile kendini gösterir (Nasr, 1985: 146-147).

On dördüncü yüzyılın başında, sayıların ontolojik statüsü sorunu, başlangıç noktasını Boethius'un (ö. 524) bölünemez birimler toplamı olarak sayı tanımında bulur. Bu tanım, bir doğal sayının birimlerden oluşan bir bütün iken nasıl bir olabileceğini açıklamak için iyi bilinen bir zorluğu ortaya çıkarır ve bu da sayının ne olduğu sorusunu ortaya çıkarır. Genellikle Orta Çağ filozofları ve ilahiyatçıları bu yaklaşımı takip etmişlerdir (Roques, 2016: 146-165). Örneğin Ockham'lı William (ö. 1347) sayıları Aristoteles'in pozisyonunun gerçekçi bir okuması olarak tasvir etmiştir; buna göre sayı, sayılan şeylerden gerçekten farklı bir durumdur. Ockham'a göre aritmetik, fiziksel evrenin içeriği veya insan zihninin içeriği ile doğrudan ilgili değildir. Aritmetik, doğal dilin mantıksal özellikleri, özellikle çoğul referans olasılığı sayesinde mümkün hale gelir (Roques, 2016: 146-165).

Descartes için sayı, Platon'un aksine, düşüncemizden dışarıda bulunmamaktadır. Ona göre sayıların tümellerle ilgisi vardır. Örneğin iki nesne gördüğümüzde bunların özünü düşünmeden 'iki' olduklarını dikkate aldığımızda zihnimizde 'iki' dediğimiz bir sayı fikri oluşur. Böylece Descartes, benzer durumlar ile karşılaşıldığında önceden kafamızda oluşturduğumuz bu düşünceyi yeniden düşünerek tümelleştirdiğimizi savunmuştur (Descartes, 2015: 100). E. von Aster'e (ö. 1948) göre de sayılar dizisi birey olarak insan düşüncesinden bağımsızdır; fakat genel olarak insan düşüncesinden bağımsız değildir; çünkü sayı dizisi insan düşüncesinin yaratmış olduğu ve sürekli yeniden yarattığı bir alettir (Aster, 1994: 65). Bu bakımdan sayı teorisinin Orta Çağ felsefesi sorunu olan "tümeller problemi" ile benzerliği vardır. Erdem, karelik veya kırmızılık gibi nitelikler zamanda ve mekânda yer almazlar fakat bunlardan bir şeymiş gibi söz ederiz (Barker, 2003: 114). Örneğin üç sayısı tüm üçlü sınıfında ortak olarak bulunan ve onu diğer dörtlü, beşli gibi seçmelerden ayıran bir şeydir (Russell, 2011a: 69-112).

Düşüncelerin kaydedilmesinde sözcüklerin kullanımı saymada etkisini gösterir. T. Hobbes (ö. 1679), sayıların sırasını bilmeyen birisi saatin her vuruşunu fark etse de saatin kaç vuruşunu bilemeyeceğini söyler. Ona göre bir zamanlar bu sayı adları kullanılmamaktaydı ve insanlar hesaplamak istedikleri şeylere parmaklarını uyguluyorlardı. Bu nedenle sayı sözcükleri, tüm ülkelerde sadece ona kadar hatta bazılarında beşe kadardır. Bu nedenle sözcükler olmadan sayıların ölçülerin, süratin, kuvvetin veya insanlığın refahı için düşünülmesi gereken diğer tüm şeylerin bilinmesine imkân yoktur (Hobbes, 2017: 37-38). Benzer bir ifade ile Connor'a göre dil, matematiği ve matematik dilini kapsamak zorundadır. Sayılar ifadelerdir ve sadece ifade edilerek görülebilecek sayılar ile ifade edilemeyecek bir tane bile sayı yoktur. Bu yüzden kelimeler ve sayılar birbirine yabancı değildirlir (Connor, 2019: 13).

G. Leibniz (ö. 1716) de sayıyı şeylerin bir araya gelmesiyle oluşan bir tür maddesel olmayan şekil olarak adlandırır. Leibniz, sayısal ifadelerin kanıtlanabilir olduğunu öne sürmüştür. Bunu her sayının kendinden önce gelenle tanımlanması ile yapar. Bu tanımlar sayesinde tüm sonsuz sayılar kümesi bir sayısına indirgenir ve onu birle arttırırız. Böylece sayısal ifadeler birkaç tümel önermeyle kanıtlanabilir (Frege, 2017: 94-115). Leibniz, sayı ile ilgili olarak şunu ifade eder: "Kuvvetleri ve güçleri olmayan şeyler tartılamaz; parçaları olmayan şeyler ölçülemez, ancak sayı atfedilemeyecek hiçbir şey yoktur. Dolayısıyla sayı, adeta bir tür metafiziksel şekildir" (Frege, 2017: 115-116).

J. Locke, temel ve evrensel ide olarak sayıyı ele almıştır. Çünkü zihinlerdeki her düşünce bu ideyi beraber getirir ve sayı insanlara, meleklere, eylemlere, düşüncelere, var olan veya düşünülen her şeye uygulanabilir (Locke, 2013: 166). Locke'a göre birimler birbirine eklenerek daha karmaşık ideler edinilir. Örneğin bire bir ekleyerek çiftin karmaşık idesi, on iki birimi birleştirerek bir düzenin karmaşık idesi elde edilir. Sayının basit kipleri en seçik kiptir. İkinci kipi, üçün kipinden seçiktir; fakat beyaz sayfa ile ona yakın beyazın tonu arasındaki ayrımı yapmak çok daha zordur. Böylece sayılardaki tanıtımlar en keskin olanlardır. Çünkü sayı ideleri her nitelik ve artışın gözlemlenmesinin kolay olmadığı uzamın idelerinden daha keskin ve seçiktir (Locke, 2013: 166-167).

Sayılar için isimler gerektiğini söyleyen Locke, bir birim idesinin tekrarlanarak ve onu bir başka birimde birleştirerek "iki" adıyla imlenen başka bir ide edildiğini, bu şekilde ilerleyen bir kişinin bir dizi adlara ve bunları da zihinde tutacağı hafızaya ihtiyacı olduğunu savunur. Sayı ölçülebilen her şeyi ölçer. Sonsuzluk idesi de bunlara uygulandığında dahi sadece sayı sonsuzluğu gibi görünür. Locke sayılar için böylesine açık olan bu sonsuz toplanabilirliği bize sonsuzluğun en açık ve en seçik idesini verdiğini düşünür (Locke, 2013: 167-169). Fakat Locke, birimlerin nasıl oluştuğunu ve sayının inşasını da Kant gibi açıklamaz. Kant'ta sayının inşası duyu yetisine, a priori görü formları olan uzay ve zamana, üretici hayal gücüne ve düşünme yetilerine ve bunlar arasındaki bağlantılara bağlıdır (Özdemir, 2014: 127).

Kant'a göre sayı, aynı türe sahip birimlerin oluşturduğu birliktir. Bu sentez uzay ve zaman görüşünde ortaya çıktığı için a priori'dir. Bizler nesnelere bu şekilde yan yana düşünebiliyoruz. Mesela 7 ve 5 sayıları farklıdır; çünkü yargıları farklıdır (Kant, 2017: B15-16). Kant'a göre sayı kavramı, yalnızca sentezin bu birliğinin bilincinden oluşur (Kant, 2017: A103). Kant'ın genel bir sayı tanımı da şöyledir: "Tüm büyüklüklerin dış duyu önündeki saf imgesi uzaydır; genel olarak duyuların tüm nesnelereinki ise zaman. Arı büyüklük şeması, anlağın bir kavramı olarak sayıdır. Birimin birim ile türdeş ardışık toplamını kapsayan bir tasarım. Öyleyse sayı genel olarak türdeş bir sezginin çokluğunun sentezinin birliğinden başka bir şey değildir" (Kant, 2017: B182/A143).

G. Berkeley'e (ö. 1753) göre ise sayı, şeylerin içinde durağan ve saptanmış olarak bulunan bir şey değildir. Sayılar, onları bir birim olarak gören zihnin ürünüdür.

Zihnin, idealarını çeşitli şekillerde bir araya getirmesine göre birim değişmektedir ve birimlerin birlikteliği olan sayı da böylece değişmektedir. Sözelimi bir pencere bir, bir baca da bir olarak ifade edilebilir; ancak birden çok penceresi ve bacası olan ev de aynı derecede bir olarak adlandırılır. Böylelikle birçok ev de tek bir kenti meydana getirecektir (Frege, 2017: 117).

Tam bu noktada J. S. Mill (ö. 1873), bir sayının adının doğal olarak bu adla adlandırılan şeylerin yığılmasına ait belli bir özelliği çağrıştırdığını ve bu özellik yığılmanın parçalardan meydana gelmesi ve parçalara ayrılmasının karakteristik yanı olduğunu söyler. Frege, bu karakteristik yan ifadesini bir hata olarak görür. Çünkü yığılma çok değişik biçimlerde parçalara ayrılabilir fakat bunların hangisinin nitelendirici karakteristik olduğu söylenemez (Frege, 2017: 115). Çünkü Mill, sayılar bilimini tanımlar üzerinde temellendirmiştir. Mill sadece üç sayısının tanımını fiziksel dünyanın nesnel toplulukları ••• yaparken bunların art arda sıralanması da ••• şeklinde iki parçaya ayrılabilmesi olgusuna dayandırmaktadır (Frege, 2017: 96). Büyük sayıların nasıl ayrılacağını net olarak açıklamadığı için bu yaklaşım eleştiri konusu olmuştur.

Sayı, Kant için sayı bir nesnedir bu durum Frege için de öyledir. Fakat Kant'ın zaman formundaki a priori unsurlara sentetik birlik verilmesi neticesinde oluşan sayı. Frege için sayı, analitik önermelere bakarak kavram içeriğinin yeniden şekillendirilmesiyle oluşur (Yalçın, 2003: 128-143).

Connor, evrenin sayı dilinde yazılmaktan ziyade sayıya dönüşüme izin verdiğini ve aslında buna maruz kaldığını düşünür. Zaman da sayılar olmadan bir hiçtir. Bu nedenle zaman, hiçliğin sayılara doğru hareketidir. Zaman, sayıların oluşması için ne kadar gerekliyse sayılar da zamanın akabilmesi için o kadar gereklidir. Matematik, nesnelere içinde bulunmaz nesnelere aracılığıyla ortaya çıkar. Bu nedenle Aristoteles'te olduğu gibi bir şeyin sayısı, onun bir kısmını oluşturmaz. Bu şey, numaralandırılabilir, ölçülebilir, düşünülebilir gibi özelliklerden ibarettir (Connor, 2019: 23-26). Nicelik kategorisine göre sayma ile nesnelere daha belirgin hale getiriyoruz. Bu bakımdan sayıların biçimlendirici ve açıklayıcı özelliği vardır.

Diğer yandan sayı, boyut, düzen ve biçim gibi özellikleri ayırt etme yeteneğinin insana has olmadığı gerçeği günümüzde çok net bir biçimde kanıtlanmıştır (Boyer, 2015: 18). Bu konuda pozitivism savunucusu M. Boll (ö. 1971) gelişmiş hayvan türleri, ilkel ya da vahşi insanlar veya küçük çocukların sayıya ve uzaya yabancı olmadığını hatta hepsinin bir şekilde aritmetik ve geometrinin ilk temel bilgisine sahip olduklarını savunur (Boll, 2015: 13).

Bununla beraber Boll için sayma öylesine karmaşık bir işlemdir ki yalnızca çok daha basit olan eşlemenin işleyişini değil bir ölçeğin seçimini de gerektirir. Bunun ölçüsü doğal sayılar dizisidir. Tüm matematik ve tüm matematik bilimler eşleme ve art arda gelme ile iç içe olmuştur (Boll, 2018: 17). Boll'un verdiği örneğe göre eski Hintliler için "bir" sayısı ay veya yeryüzünü, kuşun kanatları "iki" sayısını, yoncanın yaprakları "üç" sayısını, köpeğin bacakları "dört" ve bir elin parmakları "beş" sayısını temsil etmekteydi (Boll, 2018: 16). Fakat sayılar birbirinden bağımsız birer nesnelere gibi ele alınırsa, herhangi bir sayı hakkındaki bilgimizin, bu sayıyla

aramızdaki ilişkiye bağlı olduğunu akla getirir (Resnik, 2011: 299-331). Bu konuda Russell (ö. 1970), çok az insan sayı veya sıfır veya bir kelimeleriyle ne kastedildiğinin tanımını yapabileceğini ileri sürerek herhangi bir doğal sayıya, sıfırdan başlayarak sürekli bir eklemek koşuluyla ulaşılabileceğini anlamak zor değildir. Ona göre asıl sorun bir ekleme ve sürekli ile ne kastedildiğinin de ortaya konulması zorunluluğudur (Russell, 2011: 69-112).

"(...) her türlü matematik felsefi sayı kavramını analiz ederek yola çıkmalı (...)" diyen Husserl (ö. 1938) de bütün ayrıntılı incelemelerine karşın sayı tanımını Aristoteles-Euclides çizgisinde kalarak yapmıştır (Fazlıoğlu, 2020: 14). Çoğu filozof sayıyı tanımlarken aslında farklı bir şey olan çokluğu tanımlama ile başlamıştır. 'İnsan', insanların tipik özelliğidir. Aynı şekilde 'sayı' da sayılır olanın tipik bir özelliğidir. Bir çokluk sayının değil belli bazı sayıların getirisidir. Mesela bir insan üçlüsü, üç sayısının özelliğidir ve üç sayısı sayının bir örneğidir; fakat buradaki üçlü, sayının bir getirisi değildir. Russell'e göre basit görünse de bu durum aslında filozoflar için çözümü oldukça zor bir durumdur (Russell, 2011: 69-112).

Russell'in ifadeleri ile iki sonlu sınıf benzerse, aynı sayıda terime sahiptir denir. Sayma eylemi de sayılacaklar kümesi ile sıfır hariç doğal sayılar arasında bire-bir bağıntı kurulmasıyla meydana gelir. Sağduyumuzun ulaştığı sonuca göre sayılacak kümede, sayımda kullanılan son sayı kadar nesne vardır (Russell, 2011: 69-112). Diğer bir ifade ile sayıların eşleme ile oluşturduğu kabul edilebilir. Eşleme, iki kümeden birinin oluşturucu ögesi ile diğer kümenin bir ögesine karşılık gelmesidir. Bu kümelerden birisinin ögesi tükenene kadar devam eder. Eşleme en basit sayıya yani "iki" sayısına dayanır (Boll, 2018: 15-16).

Russell'e göre bizler çiftler sınıfının iki sayısından farklı bir şey olduğunu düşünürüz. Bununla birlikte çiftlerin sınıfını tanımlamanın zor olmadığını söyleyen Russell'e göre iki sayısı, keşif olup olmadığı konusunda hiçbir zaman emin olamayacağımız metafizik bir varlıktır. Bu nedenle "Bir sınıfın sayısı ona benzer olan bütün sınıfların sınıfıdır" denir (Russell, 2011: 69-112). Sayılar arasındaki ilişkinin bilinen bir açıklaması sayıların basit olarak belirli kümeler olmaları şeklindedir (Maddy, 2011: 281). Bir sayı herhangi ikisinin birbirine benzer olduğu ve kümenin dışında kümenin içindekine benzer olanın bulunmadığı bir sınıflar kümesidir (Russell, 2011: 69-112). Yani sayı eşlenme durumunda bir şey ifade ederken eşleşme dışında karşılığı olmayan bir şeydir. Bu da felsefi tartışmaların devamını getiren bir durumdur.

L. Wittgenstein (ö. 1951) sayıyı bir işlemin açılımı olarak tanımlamıştır. Ona göre kavram olarak sayı, tüm sayılarda olandan başka bir şey değildir. Yani sayının genel biçimidir. Tam sayının genel biçimini $[0, \$, \$+1]$ olarak tanımlamıştır. Sınıflar kuramını da bütünüyle gereksiz görmüştür (Wittgenstein, 2016: 6.021-031). Çünkü sadece olgular bir anlamı dile getirir, bir adlar sınıfı ile bu yapılamaz. Ad, cümlede nesnenin yerini tutar (Wittgenstein 2016: 3.142-3.22). Ona göre hiçbir üstünlüklü sayı yoktur, hatta mantıkta sayı yoktur. Bununla beraber mantıkta hiçbir yan yanlık ve sınıflandırma da olmaz (Wittgenstein, 2016: 65.453-5.4541).

Sonuç

İlk Çağ'dan bu yana matematiksel nesnelere filozofların dikkatini çekmiştir. Kimisi sayının kendisine vurgu yaparak onu başka bir konuma yerleştirmiştir; kimisi de eklendiği kavrama ya da nesneye vurgu yapmıştır. Böylece sayının ontolojik ve epistemolojik yönüne farklı yaklaşımlar ortaya konulmuştur. Sayı yalnızca nicelik ifade eden bir kavram olmaktan ziyade düşünceye konu edilmesi bakımından önemli bir düşünsel nesnedir.

Pythagoras'tan itibaren sayılar üzerine yapılan tanımlar ya da yorumlar aynı zamanda filozofların düşünce sistemlerinin de bir yansıması olmuştur. Sözelimi sayı, Platon'un düşünülür ile duyulur ayırımının en güzel örneğini verirken Aristoteles için ise sayı başka yerlerde değil nesneyle beraber ele alınması gerekir. Matematiksel nesnelere ve özelinde sayılar matematik felsefesini meşgul etmeye devam edecektir.

Sayının, dilsel birer tanım, birim ekleme suretiyle elde edilen nesnelere, herbiri diğerinden ayrı düşünülmesi gereken şeyler, zihnin ürünü olan varlıklar, zihnimizin dışında var olan varlıklar, birin ürettiği ardıllar, kavramın altında değer bulan ifadeler, her şeyin ölçüsü veya cevheri olan şeyler vb. olarak farklı görüşlere dayandırılan bir kavram olduğu anlaşılıyor. Bu haliyle felsefeye konu olan sayıların mahiyeti hangi kabule girerse girsin basit bir yapıda olmayan nesnelere olduklarını göstermektedir.

Sonuç olarak, sayılar aynı birimlerin art arda eklemeleriyle temsil edilebilirler. Nesnelere diziler halinde düzenlenmesini ancak doğal sayılarla yapılabilir. Nihayet bizler çakıl taşları ve benzeri nesnelere kullanarak saydığımız kanaatini taşısak da doğal sayıların birliği olmaksızın saymanın mümkün olmadığını kabul etmek durumundayız (Çitil, 2012:189-191).

Extended Summary

A number is a mathematical concept used to indicate that an item is part of a group. For example, in the sentence "there are three fruits", the number "three" indicates the number of fruits. Numbers are also used in measurements. For example, in the sentence "one liter of water", the number "one" measures the amount of water. However, number has also been a concept that philosophers are interested in. In philosophy, number is a thoughtful concept about the meaning and properties of numbers. It is not a sufficient answer to say "whatever" mathematical objects are anyway.

However, all mathematical objects specific to numbers have also occupied philosophy in terms of being the subject of thought. As a matter of fact, many philosophers have discussed the epistemological and ontological aspects of mathematical objects. At the same time, the universality of the number has also found a response in philosophical discussions. Number in philosophy is a field that studies what numbers really are and how they came to be. This field uses ideas and methods from mathematics, linguistics, psychology and other fields to investigate the nature and properties of numbers. Number in philosophy is a field that

studies what numbers really are and how they came to be. In this article, it is aimed to reveal that numbers are not only a mathematical concept, but also an important concept related to philosophy by giving place to the thoughts of some philosophers on number. Some of the thinkers we consulted for their views on number are as follows:

The Greek philosopher and mathematician Pythagoras worked especially on geometric principles. Pythagoras tried to discover the meaning of numbers and discovered the powers of numbers. Pythagoras also accepted that numbers have a symbolic meaning and claimed that numbers have special properties. For example, Pythagoras believed that 1 was a complementary number and 3 was a sacred number. Pythagoras also believed that numbers were used in music based on their special properties, and he argued that music was built on numbers.

Plato argued that numbers are real entities and argued that numbers can explain everything in the world. According to Plato, numbers are numbers of geometric shapes (for example, quadrilaterals, squares, circles, etc.) that are the basic element of everything in the world, and these numbers should be considered as real entities. According to Plato's thought, everything in the world is made up of numbers, and numbers are the basic building blocks of everything in the world. In Platonic thought, the truth values of mathematical propositions depend on the facts covering Platonic beings in a world outside of space-time.

Aristotle explained the meaning of number in various ways. In particular, he emphasized that numbers are used by people to count things that can be counted and that these counted things should be equal to each other. Aristotle says that numbers have two important properties: numbers are made up of units, and each unit is something separate from other units. Because of these properties, numbers are used to count things that are equal to each other, and the numbers must be equal to each other.

In Aristotle's view, numbers are made up of units, and these units must be equal to each other. Therefore, the meaning of numbers is a tool for counting things that are equal to each other.

The Islamic philosopher Ibn Sina, also known as Avicenna, is also a scientist, and in his views, number is a kind of metaphor and concept and not something that actually exists, but something that exists only in our thoughts and minds. According to him, numbers are used only as a measuring tool and to express the number of things that actually exist.

Frege (1848-1925) was a German mathematician and philosopher who is considered one of the founders of modern logic. Frege argued that the concept of number is a logical concept that can be defined through the concept of set. According to Frege, the meaning of a number is determined by the objects it counts or represents. For example, the number "3" indicates the object set {a, b, c}. In this sense, the meaning of a number is the set of objects it denotes. Frege also argued that numbers can be used to represent various mathematical concepts, such as the concept of function or the concept of limit. In general,

Frege's view of the meaning of numbers has been influential in the development of modern mathematical logic and the study of the foundations of mathematics.

Number, for Kant, is an object; It is the same for Frege. However, the number formed as a result of giving synthetic unity to the a priori elements in Kant's time form is formed by reshaping the content of the concept by looking at analytical propositions for Frege.

As a result, number is a concept in mathematics and allows numbers to be measured in many different ways. However, the meaning of the number is used in many subjects other than mathematics. The meaning of number in philosophy means that numbers are used not only in mathematics but also to measure the number and quantity of objects in the real world. However, understanding numbers and numerical bonds is considered one of the greatest achievements in human history.

In primitive lives, there was no need for number and knowing what number was; but the abstraction of numbers over time from their equivalence with natural objects and their expression with symbols show parallelism with the development of human abstract thought. With this development, since we do the act of counting with numbers, what the number is is important for both mathematicians and philosophers. In particular, philosophers have different opinions about number despite the advances in mathematics. This situation is different from the level of progress in mathematics.

Kaynaklar

- Açıkgenç, A. (2008). *İslam Medeniyetinde Bilgi ve Bilim*. İstanbul: İSAM Yayınları.
- Aristoteles (1996). *Metafizik*. (A. Arslan, Çev.). İstanbul: Sosyal Yayınları.
- Aristoteles (2019). *Fizik*. (S. Babür, Çev.). İstanbul: Yapı Kredi Yayınları.
- Arslan, A. (2010). *İlk Çağ Felsefe Tarihi 2*. İstanbul: Bilgi Üniversitesi Yayınları.
- Aster, E. v. (1994). *Bilgi Teorisi ve Mantık*. (M. Gökberk, Çev.). İstanbul: Sosyal Yayınları.
- Baki, A. (2014). *Matematik Tarihi ve Felsefesi*. Ankara: Pegem Akademi.
- Barker, S. F. (2003). *Matematik Felsefesi*. (Y. Dursun, Çev.). İstanbul: İmge Kitabevi.
- Bayrakdar, M. (1985). *İslam'da Bilim ve Teknoloji Tarihi*. Ankara: TDV Yayınları.
- Boll, M. (2018). *Matematik Tarihi*. (B. Gözkan, Çev.). İstanbul: İletişim Yayınları.
- Cellucci, C. (2013). Matematik Felsefesi: Yeni Bir Başlangıç Yapmak. (B. Kuryel, Çev.). *Felsefelog*, (49): 73-97.
- Connor, S. (2019). *Sayılarla Yaşamak*. (İ. Kökeş ve B. Kirit, Çev.). İstanbul: Doruk Yayınları.
- Çitil, A. (2012). *Matematik ve Metafizik*. İstanbul: Alfa Yayınları.
- Çitil, A. (2013). Matematik ve Felsefe. *Felsefelog* (49), 23-52.
- Descartes, R. (2015). *Felsefenin İlkeleri*. (M. Akın, Çev.). İstanbul: Say Yayınları.
- Fazlıoğlu, İ. (2020). *Aded ile Mikdar*. İstanbul: Ketebe Yayınları.
- Field, H. (2011). Matematikte Realizm ve Karşı-Realizm. (M. Özlük ve C. Kayan, Çev.). B. Gür (Haz.) içinde, *Matematik Felsefesi* (s. 237-270). Ankara: Kadim Yayınları.
- Frege, G. (2014). *Aritmetiğin Temelleri*. (B. Gözkan, Çev.). İstanbul: Yapı Kredi Yayınları.
- Gasking, D. (2011). Matematik ve Dünya. (C. Kayan ve B. S. Gür, Çev.). B. Gür (Haz.) içinde, *Matematik Felsefesi* (s. 163-183). Ankara: Kadim Yayınları.
- Gözkan, B. (2013). Matematik Sadece Mantık Temelinden Türetilbilir mi?. *Felsefelog*, (49): 121-129.
- Gür, B. S. (2011). Matematik Felsefesine Giriş. B. Gür (Haz.) içinde, *Matematik Felsefesi* (s. 9-55). Ankara: Kadim Yayınları.
- Hobbes, T. (2017). *Leviathan*. (S. Lim, Çev.). İstanbul: Yapı Kredi Yayınları.
- Kant, İ. (2017). *Arı Usun Eleştirisi*. (A. Yardımlı, Çev.). İstanbul: İdea Yayınevi.
- Koç, Y. (1997). Matematik'in Ontolojisi Bakımından Kant ile Frege Karşılaştırması. *Felsefe Arkivi* (30), 49-54.
- Locke, J. (2013). *İnsan Anlığı Üzerine Bir Deneme*. (V. Hacıkadıroğlu, Çev.). İstanbul: Kabcacı Yayıncılık.
- Maddy, P. (2011). Kümeler ve Sayılar. (M. Özoğlu, Çev.). B. Gür (Haz.) içinde, *Matematik Felsefesi* (s. 273-298). Ankara: Kadim Yayınları.
- Nasr, S. H. (1985). *İslam Kozmoloji Öğretilerine Giriş*. (N. Şişman, Çev.). İstanbul: İnsan Yayınları.
- Özdemir, M. (2014). *Kant'ta Aritmetiğin Sentetik A Priori Olarak Olanaklılığının Matematik Felsefesi Açısından Önemi ve Matematik Eğitime Yapabileceği Katkıları*. [Yayınlanmamış Doktora Tezi]. İstanbul Maltepe Üniversitesi.
- Platon, (2005). *Devlet*. (V. Atayman ve C. Saraçoğlu, Çev.). İstanbul: Bordo Siyah Yayınları.
- Resnik, M. D. (2011). Modeller Bilimi Olarak Matematik: Ontoloji ve Referans. (M. S. Kiraz ve C. Kayan, Çev.). B. Gür (Haz.) içinde, *Matematik Felsefesi* (s. 299-331). Ankara: Kadim Yayıncılık.
- Roques, M. (2016). William of Ockham's Ontology of Arithmetic. *Vivarium*, 54(2/3), 146-165.
- Russell, Bertrand (2011). Matematiksel Felsefeye Giriş'ten Seçmeler. (M. Özlük, Çev.). B. Gür (Haz.) içinde, *Matematik Felsefesi* (69-112). Ankara: Kadim Yay.
- Skirberkk, G. ve Nils, G. (2013). *Antik Yunan'dan Modern Döneme Felsefe Tarihi*. (E. Akbaş ve Ş. Mutlu, Çev.). İstanbul: Kesit Yayınları.
- Wittgenstein, L. (2016). *Tractatus Logico-Philosophicus*. (O. Aruoba, Çev.). İstanbul: Metis Yayıncılık.
- Yalçın, Ş. (2003). Kant'ta Matematik'in Felsefi Temelleri. *Felsefe Dünyası* (37/1), 128-143.
- Yıldırım, C. (2017). *Matematiksel Düşünme*. İstanbul: Remzi Kitabevi.